

第2讲圆综合之线段专项训练

一、圆与勾股定理

典题精练1

1. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上．

(1) 如图①，点 D 在 $\odot O$ 上，且 $AC = CD$ ，若 $\angle CDA = 20^\circ$ ，求 $\angle BOD$ 的大小．

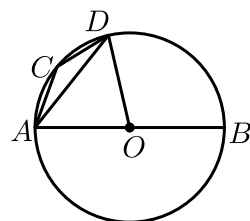


图 ①

(2) 如图②，过点 C 作 $\odot O$ 的切线，交 BA 的延长线于点 E ，若 $\odot O$ 的直径为 $2\sqrt{3}$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，求 EA 的长．

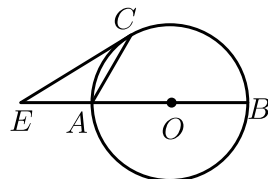
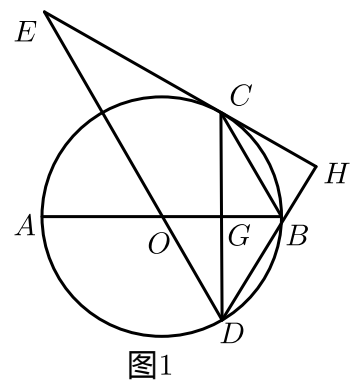
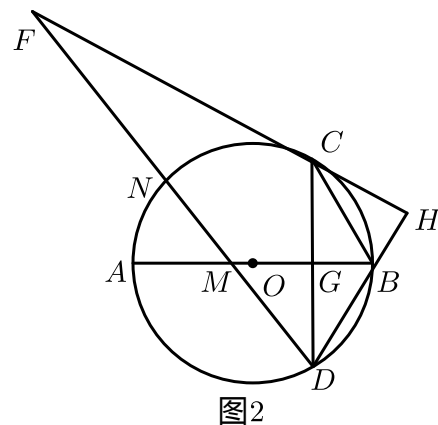


图 ②

2. 如图1, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于 G , 过 C 点的切线与射线 DO 相交于点 E , 直线 DB 与 CE 交于点 H , $OG = BG$, $BH = 1$.



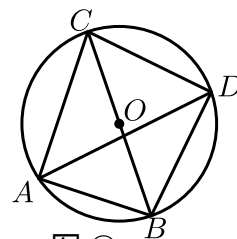
- (1) 求 $\odot O$ 的半径 .
- (2) 将射线 DO 绕 D 点逆时针旋转, 得射线 DM (如图2), DM 与 AB 交于点 M , 与 $\odot O$ 及切线 CF 分别相交于点 N , F , 当 $GM = GD$ 时, 求切线 CF 的长 .



 经典再现

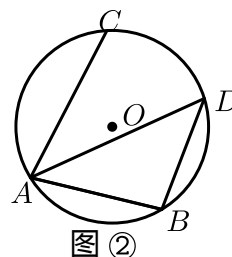
3. 已知 $\odot O$ 的直径为10, 点 A 、点 B 、点 C 在 $\odot O$ 上, $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D .

(1) 如图①, 若 BC 为 $\odot O$ 的直径, $AB = 6$, 求 AC 、 BD 、 CD 的长.



图①

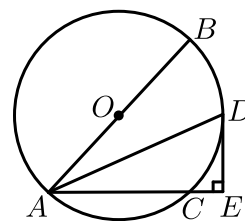
(2) 如图②, 若 $\angle CAB = 60^\circ$, 求 BD 的长.



图②

 典题精练2

4. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 $\odot O$ 于点 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E .



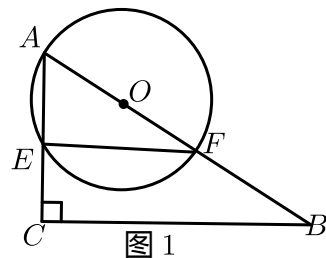
(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 如果 $\angle BAC = 60^\circ$, $AE = 4\sqrt{3}$, 求 AC 长.

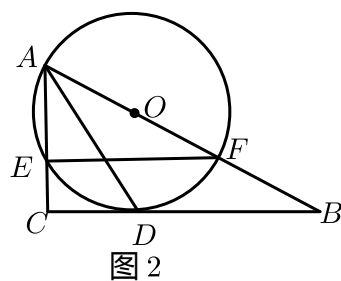
 过关斩将

5. 如图, $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, O 为 AB 上一点, $\odot O$ 经过点 A , 与 AC 交于点 E , 与 AB 交于点 F , 连接 EF .

(1) 如图1, 若 $\angle B = 30^\circ$, $AE = 2$. 求 AF 的长.



(2) 如图2, DA 平分 $\angle CAB$, 交 CB 于点 D , $\odot O$ 经过点 D ,



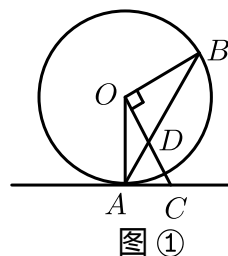
① 求证: BC 为 $\odot O$ 的切线.

② 若 $AE = 3$, $CD = 2$, 求 AF 的长.

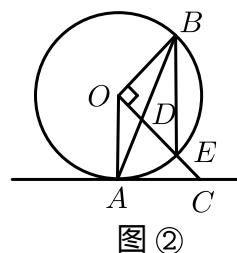
典题精练3

6. 已知点 A, B 在半径为1的 $\odot O$ 上, 直线 AC 与 $\odot O$ 相切, $OC \perp OB$, 连接 AB 交 OC 于点 D .

(1) 如图①, 若 $\angle OCA = 60^\circ$, 求 OD 的长.

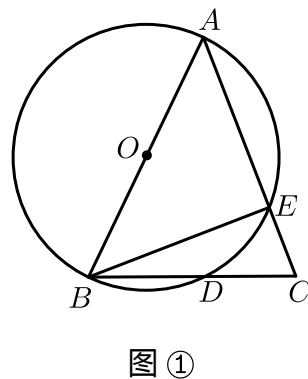


(2) 如图②, OC 与 $\odot O$ 交于点 E , 若 $BE \parallel OA$, 求 OD 的长.

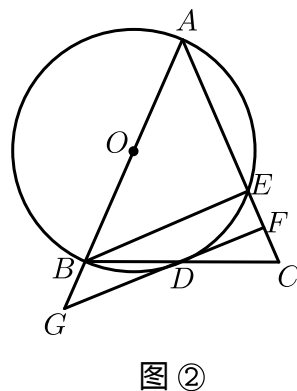


7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交边 BC, AC 于点 D, E , 且 $AE = BE$.

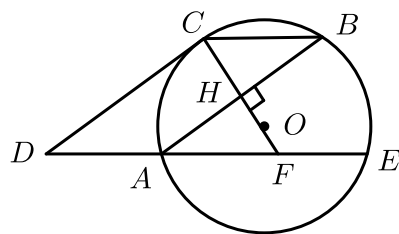
(1) 如图①, 求 $\angle EBC$ 的度数.



(2) 如图②, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 Q , 交 AC 于点 F , 若 $\odot O$ 的直径为10, 求 BG 的长.



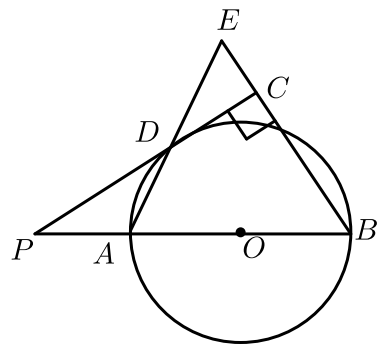
8. 已知：如图， $\odot O$ 的半径 OC 垂直弦 AB 于点 H ，连接 BC ，过点 A 作弦 $AE \parallel BC$ ，过点 C 作 $CD \parallel BA$ 交 EA 延长线于点 D ，延长 CO 交 AE 于点 F 。



- (1) 求证： CD 为 $\odot O$ 的切线．
 (2) 若 $BC = 5$ ， $AB = 8$ ，求 OF 的长．

过关斩将

9. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，点 P 在 BA 的延长线上， PD 切 $\odot O$ 于点 D ，过点 B 作 $BE \perp PD$ ，交 PD 的延长线于点 C ，连接 AD 并延长，交 BE 于点 E 。



- (1) 求证： $AB = BE$ ．
 (2) 连接 OC ，如果 $PD = 2\sqrt{3}$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求 OC 的长．

10. 已知 AB 为 $\odot O$ 的直径， $OC \perp AB$ ，弦 DC 与 OB 交于点 F ，在直线 AB 上有一点 E ，连接 ED ，且有 $ED = EF$.

(1) 如图1，求证 ED 为 $\odot O$ 的切线 .

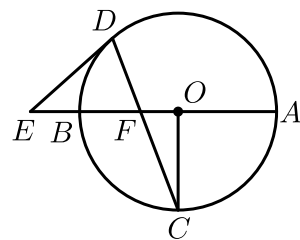


图 1

(2) 如图2，直线 ED 与切线 AG 相交于 G ，且 $OF = 1$ ， $\odot O$ 的半径为3，求 AG 的长 .

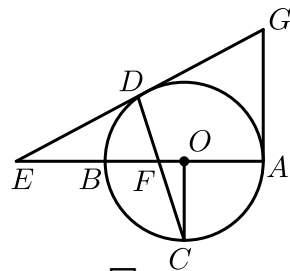
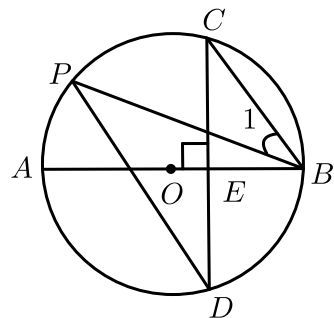


图 2

二、圆与三角函数

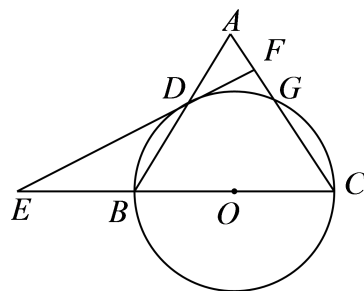
11. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E ，点 P 在 $\odot O$ 上， $\angle 1 = \angle C$.



(1) 求证： $CB \parallel PD$.

(2) 若 $BC = 6$ ， $\sin \angle P = \frac{2}{5}$ ，求 AB 的值 .

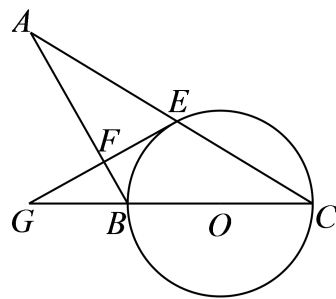
12. 如图，等腰三角形 ABC 中， $AC = BC = 10$ ， $AB = 12$ ，以 BC 为直径做 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，交 AC 于点 G ， $DF \perp AC$ ，垂足为点 F ，交 CB 的延长线于点 E 。



- (1) 求证：直线 EF 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 求 $\cos E$ 的值。

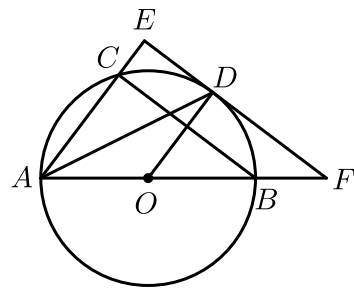
过关斩将

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于点 E ，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F ，延长 EF 交 CB 的延长线于点 G ，且 $\angle ABG = 2\angle C$ 。



- (1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 若 $\sin \angle EGC = \frac{3}{5}$ ， $\odot O$ 的半径是3，求 AF 的长。

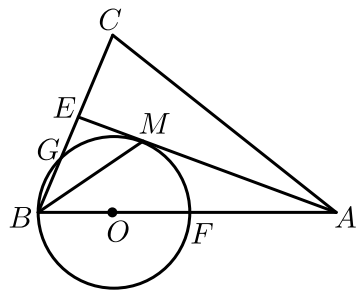
14. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AB 为直径， $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 与点 D ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，分别交 AC 、 AB 于点 E 、 F 。



- (1) 求证： $EF \parallel BC$.
 (2) 若 $BF = 2$ ， $\sin F = \frac{3}{5}$ ，求 AD 的长 .

三、圆与相似

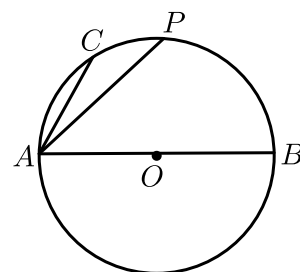
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AE 是 $\angle BAC$ 的平分线， $\angle ABC$ 的平分线 BM 交 AE 于点 M ，点 O 在 AB 上，以点 O 为圆心， OB 的长为半径的圆经过点 M ，交 BC 于点 G ，交 AB 于点 F 。



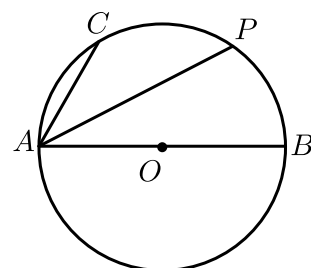
- (1) 求证： AE 为 $\odot O$ 的切线 .
 (2) 当 $BC = 8$ ， $AC = 12$ 时，求 $\odot O$ 的半径 .

16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 、 P 是 $\widehat{AB}$ 上两点, $AB = 13$, $AC = 5$.

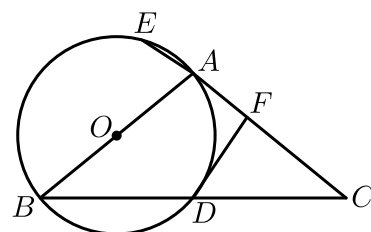
(1) 如图, 若点 P 是 $\widehat{AB}$ 的中点, 求 PA 的长.



(2) 如图, 若点 P 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 求 PA 的长.



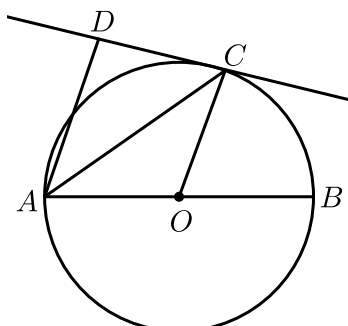
17. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 BC 相交于点 D , 与 CA 的延长线相交于点 E , $\odot O$ 的切线 DF 交 EC 于点 F .



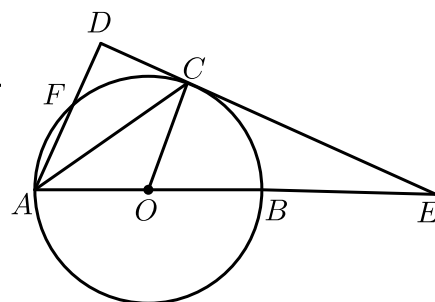
(1) 求 $\angle DFC$ 的度数.

(2) 若 $AC = 3AE$, $BC = 12$, 求 $\odot O$ 的直径 AB .

18. 已知 A, B, C 是 $\odot O$ 上的三个点, CD 切 $\odot O$ 于点 C , AC 平分 $\angle DAB$.



图①



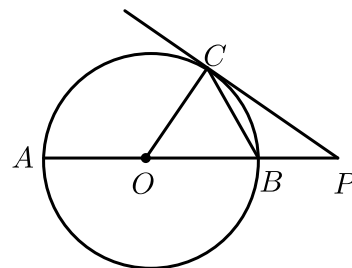
图②

(1) 如图①, 求 $\angle ADC$ 的大小.

(2) 如图②, 延长 DC , 与 AB 的延长线交于点 E , AD 交 $\odot O$ 于点 F , 若 $AD = 4$, $AE = 12$, 求 $\odot O$ 的半径及 AF 的长.

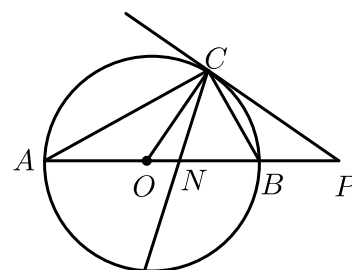
19. 已知, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, 过点 C 的直线与 AB 的延长线交于点 P .

(1) 如图①, 若 $\angle COB = 2\angle PCB$, 求证: 直线 PC 是 $\odot O$ 的切线.



图①

(2) 如图②, 若点 M 是 $\widehat{AB}$ 的中点, CM 交 AB 于点 N , $MN \cdot MC = 36$, 求 BM 的值.



图②

20. 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， D 是 $\widehat{BC}$ 上一点， $OD \perp BC$ ，垂足为 H ，连接 AD 、 CD ， AD 与 BC 交于点 P 。

(1) 如图1，求证： $\angle ACD = \angle APB$ 。

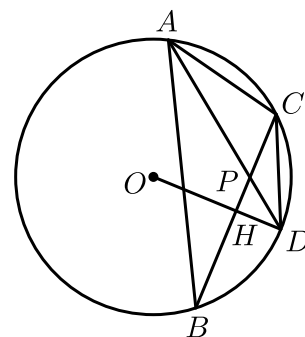


图 1

(2) 如图2，若 AB 过圆心， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $\odot O$ 的半径长为3，求 AP 的长。

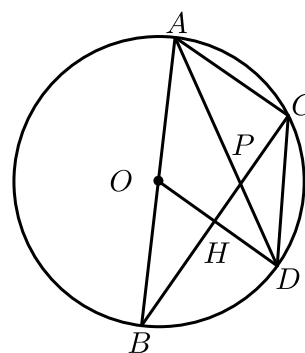


图 2